Г.Н. Солтан А.Е. Солтан

Геометрия

для самоподготовки

11 класс

Пособие
для учащихся
учреждений общего среднего
образования

Минск
«Вышэйшая школа»

УДК 514(075.3/.4)
ББК 22.151я721
С60

Рецензент: заведующий кафедрой информационных технологий ГУО «Минский городской институт развития образования» кандидат педагогических наук *Т.О. Пучковская*

Все права на данное издание защищены. Воспроизведение всей книги или любой ее части не может быть осуществлено без разрешения издательства.

Солтан, Г. Н.

С60 Геометрия для самоподготовки : 11-й класс : пособие для учащихся учреждений общего среднего образования / Г. Н. Солтан, А. Е. Солтан. – Минск : Вышэйшая школа, 2016. – 191 с. : ил.

ISBN 978-985-06-2701-8.

Книга написана в соответствии с программой по математике для учреждений общего среднего образования. В ней изложен курс геометрии 11 класса в виде теоретических и практических материалов для самоподготовки, включены тесты для систематизации знаний и закрепления практических умений и навыков за 10–11 классы.

Для учащихся учреждений общего среднего образования, гимназий, абитуриентов. Пособие будет полезным для самостоятельной работы учащихся, а также при подготовке к экзаменам по математике.

УДК 514(075.3/.4)
ББК 22.151я721

ISBN 978-985-06-2701-8

© Солтан Г.Н., Солтан А.Е., 2016
© Оформление. УП «Издательство “Вышэйшая школа”», 2016

Предисловие

Пособие написано в соответствии с программой по математике для учреждений общего среднего образования. В нем изложено содержание курса геометрии 11 класса и материалы для повторения курса геометрии 10–11 классов. Отличительной особенностью пособия является его компактность, наличие теоретических и практических материалов для самоподготовки, примеров решений разнообразных задач. Оно построено следующим образом. Определения понятий, теоремы и следствия из них выделены специальными шрифтами. Доказательства теорем краткие, но в то же время с достаточным аргументированием, ссылками на ранее изложенный теоретический материал. После объяснительного текста предложены контрольные вопросы, которые предназначены для проверки усвоения теории и ее повторения. Во всех темах содержатся упражнения как для закрепления теоретических знаний и формирования практических умений и навыков, так и развития математических способностей, которые расположены по нарастающей степени сложности. Учитывая это, в пособии значительное внимание уделено вопросу решения задач разными способами. Ко всем разделам курса предлагаются тесты, самостоятельное выполнение которых позволит систематизировать знания по темам и целенаправленно подготовиться к конкурсным испытаниям. Также имеется «Приложение», в котором приведены таблицы приближенных значений синусов, косинусов ($0°$–$90°$) и тангенсов ($0°$–$89°$) углов. К упражнениям даются указания и ответы.

Желаем успехов!

Авторы

I. МНОГОГРАННИКИ И ПЛОЩАДИ ИХ ПОВЕРХНОСТЕЙ

1. Понятие многогранника

Понятие многогранника использовалось в предыдущих классах, рассмотрим более подробно их виды и свойства.

Фигура называется *ограниченной*, если для каждых двух ее точек расстояние между ними не превосходит длины некоторого отрезка. *Точка* называется *граничной* точкой для пространственной фигуры, если на любом сколь угодно малом расстоянии от нее существуют точки, принадлежащие и не принадлежащие ей, а множество всех граничных точек называется ее *границей*. *Точка* называется *внутренней* точкой пространственной фигуры, если на любом сколь угодно малом расстоянии от нее существуют только ее точки. *Область* – фигура в пространстве, состоящая из множества только ее внутренних точек, каждые две из которых принадлежат ломаной, содержащейся в этой фигуре. Область вместе с ее границей называется *замкнутой областью*. *Геометрическим телом* (кратко – телом) называется конечная замкнутая область, а его *поверхностью* – граница тела.

Многогранником называется ограниченное тело, поверхность которого состоит из конечного числа многоугольников, любые два из которых, имеющие общую сторону, не лежат в одной плоскости.

Призмы, пирамиды – примеры многогранников. Многоугольники, из которых состоит поверхность многогранника, называются его *гранями*, стороны этих многоугольников – *ребрами*, а их вершины – *вершинами* многогранника. Мно-

гогранники бывают выпуклые и невыпуклые. *Многогранник* называется *выпуклым*, если он лежит по одну сторону от плоскости, содержащей каждую его грань (рис. 1, *а*), *невыпуклым*, если он имеет хотя бы одну грань, по одну сторону от плоскости которой он не лежит (рис. 1, *б*).

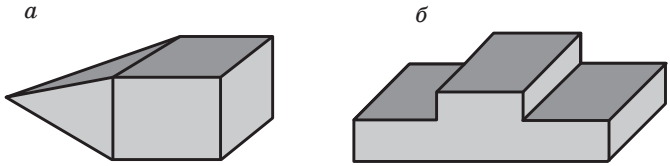

Рис. 1

Грани выпуклого многогранника являются выпуклыми многоугольниками, углы этих многоугольников с указанными вершинами называются *плоскими углами многогранника* при этих вершинах. *Грани* выпуклого многогранника, имеющие общее ребро, называются *соседними* (или смежными). *Двугранный угол многогранника* – это двугранный угол между полуплоскостями, содержащими две его соседние грани. В школьном курсе геометрии изучаются преимущественно выпуклые многогранники, поэтому слово «выпуклый» часто не используется, если иное не предусмотрено.

Отрезок, соединяющий две вершины выпуклого многогранника, не принадлежащие одной грани, является его *диагональю*. Сумма площадей всех граней многогранника называется *площадью его поверхности*. Поверхность многогранника можно разрезать по нескольким ребрам и разместить все его грани в одной плоскости так, что получится некоторый многоугольник. Этот многоугольник называется *разверткой поверхности многогранника*. На рис. 2, *б*, *в* показаны развертки поверхности многогранника, изображенного на рис. 2, *а*. На практике для получения модели многогранника, например при изготовлении ее из картона, сначала надо изготовить развертку его поверхности.

Содержание

Предисловие 3

I. МНОГОГРАННИКИ И ПЛОЩАДИ ИХ ПОВЕРХНОСТЕЙ 4

1. Понятие многогранника 4
2. Призма. Площадь поверхности призмы 8
3. Пирамида. Площадь поверхности пирамиды 17
4. Усеченная пирамида и площадь ее поверхности 30
5. Свойства плоских углов при вершине пирамиды 38
6. Правильные многогранники 46
7. Тесты по разделу «Многогранники и площади их поверхностей» 54

II. ОБЪЕМЫ МНОГОГРАННИКОВ 59

8. Понятие объема тела. Объем прямоугольного параллелепипеда 59
9. Объем призмы 65
10. Объем пирамиды 73
11. Объем усеченной пирамиды 86
12. Тесты по разделу «Объемы многогранников» 94

III. ТЕЛА ВРАЩЕНИЯ И ИХ КОМБИНАЦИИ С МНОГОГРАННИКАМИ . . . 97

13. Понятие тела вращения. Сфера и шар 97
14. Плоскость, касательная к сфере 104
15. Комбинации шара и многогранника 109
16. Цилиндр 117
17. Комбинации цилиндра и шара, цилиндра и многогранника 122
18. Конус 127
19. Комбинации конуса и шара, конуса и многогранника, конуса и цилиндра . . 134
20. Тесты по разделу «Тела вращения и их комбинации с многогранниками» 143

IV. ПЛОЩАДИ ПОВЕРХНОСТЕЙ И ОБЪЕМЫ ТЕЛ ВРАЩЕНИЯ 146

21. Площадь поверхности и объем цилиндра 146
22. Площадь поверхности конуса 151
23. Объем конуса 156
24. Площадь поверхности и объем шара 162
25. Тесты по разделу «Площади поверхностей и объемы тел вращения» . . 170

V. ПОВТОРЕНИЕ КУРСА ГЕОМЕТРИИ 10–11 КЛАССОВ 172

26. Вопросы и задачи 172
27. Тесты 176

Приложения 180

Ответы и указания к упражнениям 182

Учебное издание

Солтан Геннадий Николаевич
Солтан Алла Евгеньевна

ГЕОМЕТРИЯ ДЛЯ САМОПОДГОТОВКИ

11 класс

Пособие для учащихся
учреждений общего среднего образования

Редактор *Т.В. Кульнис*
Художественный редактор *Т.В. Шабунько*
Технический редактор *Н.А. Лебедевич*
Корректор *Т.В. Кульнис*
Компьютерная верстка *О. А. Самсоновой*

Подписано в печать 25.03.2016. Формат 60×84/16. Бумага офсетная. Гарнитура «SchoolBookNewC». Офсетная печать. Усл. печ. л. 11,16. Уч.-изд. л. 8,59. Тираж 1000 экз. Заказ 876.

Республиканское унитарное предприятие «Издательство "Вышэйшая школа"».
Свидетельство о государственной регистрации издателя, изготовителя, распространителя печатных изданий № 1/3 от 08.07.2013.
Пр. Победителей, 11, 220048, Минск.
e-mail: market@vshph.com http://vshph.com

Открытое акционерное общество «Типография "Победа"».
Свидетельство о государственной регистрации издателя, изготовителя, распространителя печатных изданий № 2/38 от 29.01.2014.
Ул. Тавлая, 11, 222310, Молодечно.